UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

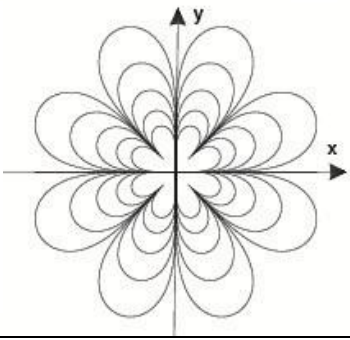
FILA A

Nome e Cognome:___________________________Matricola:____________

Compitino di Meccanica dei Continui del 26/5/2011

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Sovrapponendo quali moti elementari si può ottenere il moto potenziale mostrato nello schizzo a fianco dove isolinee della funzione di corrente sono state tracciate? Si giustifichi la risposta data. Si riportino in figura i versi (si disegnino cioè le freccette che indicano il verso del vettore velocità, tangente, istante per istante, ad ogni linea di corrente).

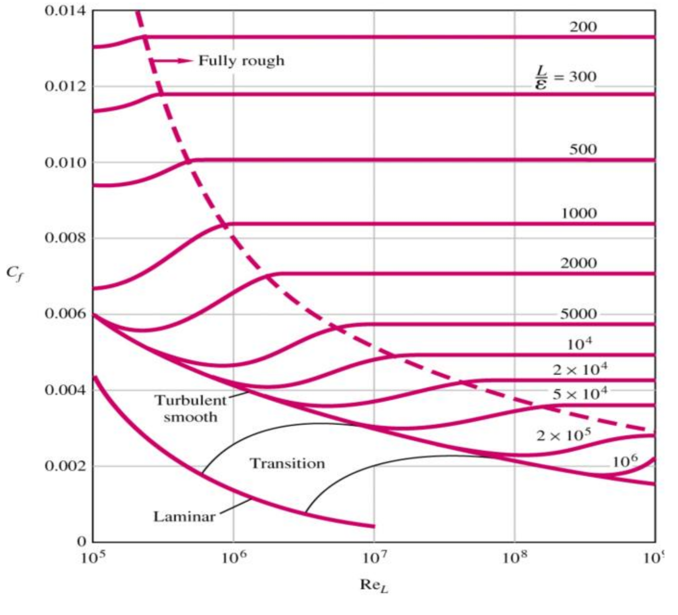


ESERCIZIO 2. La viscosità dell'inchiostro da stampa è approssimativamente μ = 3 Pa s. Devono essere misurati i valori esatti della viscosità e allo scopo si impiegano delle palline di vetro che vengono fatte cadere nell'inchiostro. Si misura quindi la loro velocità limite di affondamento. Le densità dell'inchiostro da stampa e del vetro sono rispettivamente 1000 e 2000 kg/m^3.

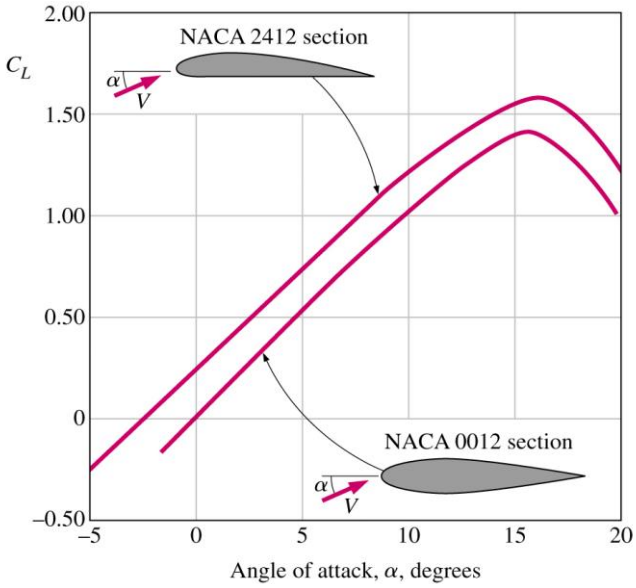
1. Trovare le dimensioni massime delle palline da usare.
2. Sono state ordinate delle palline di raggio R = 1 cm e, in un esperimento, si è misurata una velocità limite di 12 cm/s. Calcolare la viscosità dell' inchiostro usato nell'esperimento.

ESERCIZIO 3. Un profilo di strato limite laminare (con velocità esterna U_∞ costante) può essere approssimato da: $u/U_\infty = 2\eta - \eta^2$ per $\eta \le 1$ e $u/U_\infty = 1$ per $\eta \ge 1$ (con $\eta = y/\delta_{99}$). Usando l'equazione integrale di von Karman si mostri che $\delta_{99}/x = 5.48\ Re_x^{-1/2}$; si calcoli poi lo sforzo di parete locale e si mostri che: $\tau_w = 0.365\ \rho U_\infty^2 Re_x^{-1/2}$, mentre lo sforzo di taglio medio su una lastra di lunghezza L è $\tau_{medio} = 0.73\ \rho U_\infty^2 Re_L^{-1/2}$. Si calcoli infine il coefficiente di attrito locale $C_{f,x}$.

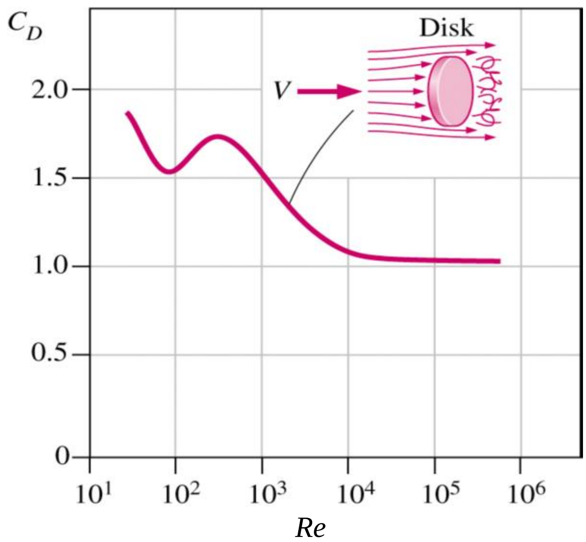
ESERCIZIO 4. Dell'aria ($\nu = 1.5 \times 10^{-5}$ m^2/s) scorre sopra una lastra piana lunga L= 3 m e di scabrezza ε pari a 1 mm a velocità U = 5 m/s; si determini il coefficiente di attrito medio sulla lastra nel caso laminare e nel caso turbolento. Commentare.



ESERCIZIO 5. Si osservi il grafico qui sotto, che riporta il coefficiente di portanza di due profili alari. Perché a parità di angolo di attacco il profilo NACA 2412 ha un valore di C_L superiore al profilo NACA 0012? Cosa succede alla curva di C_L quando α eccede circa 16°? Giustificare e commentare le risposte date.



ESERCIZIO 6. Calcolare la velocità alla quale si muove nell'aria (ν = 1.5 x 10 $^{-5}$ m^2/s, ρ = 1.2 kg/m^3) il disco di raggio R = 10 cm in figura, se tramite un dinamometro si misura una resistenza sullo stesso pari a 1 N. Cosa succede per Re > 10^5? Perché il coefficiente di resistenza diventa (circa) costante?



ESERCIZIO 7. Si scriva in forma vettoriale (e dimensionale) l'equazione dei moti di scorrimento (moti di Stokes) che lega il campo di pressione al campo di velocità, assieme all'equazione di conservazione della massa.

1. Si mostri che $\nabla^2 p = 0$ e che $\nabla^2 \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{0}$, cioè la pressione p e il vettore vorticità $\boldsymbol{\zeta} = \nabla \times \mathbf{u}$ sono funzioni armoniche.

2. Data l'identità vettoriale $\nabla^2\mathbf{u} = - \nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) + \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u})$, si mostri che vale $\nabla p = \mu \nabla \times \boldsymbol{\zeta}$.

3. Se per un dato problema di Stokes trovate una soluzione $\mathbf{u}_1(\mathbf{x})$, $p_1(\mathbf{x})$ con condizioni al contorno $\mathbf{u}_1|_{\text{frontiera}} = \mathbf{U}$, e un vostro amico trova una soluzione $\mathbf{u}_2(\mathbf{x})$, $p_2(\mathbf{x})$ con condizioni al contorno $\mathbf{u}_2|_{\text{frontiera}} = \mathbf{V}$, è vero che $\mathbf{u}_3(\mathbf{x}) = \lambda_1 \mathbf{u}_1(\mathbf{x}) + \lambda_2 \mathbf{u}_2(\mathbf{x})$ è ancora soluzione del problema di Stokes, con condizioni al contorno $\mathbf{u}_3|_{\text{frontiera}} = \lambda_1 \mathbf{U} + \lambda_2 \mathbf{V}$? Perché? E la pressione $p_3(\mathbf{x})$ che espressione avrà?

4. Si passi ora al moto sul piano (x,y), descritto tramite le coordinate (r,θ) e le componenti di velocità (u_r, u_θ). Nota l'equazione di continuità: $1/r \;\; \partial(ru_r)/\partial r \; + \; 1/r \;\; \partial u_\theta/\partial\theta \; = \; 0$, si definisca la funzione di corrente ψ. Se la vorticità è $\boldsymbol{\zeta} = \zeta\, \mathbf{k} = [\, 1/r \;\; \partial(ru_\theta)/\partial r - 1/r \;\; \partial u_r/\partial\theta \,]\, \mathbf{k}$ (con $\mathbf{k}$ versore dell'asse z) si mostri che $\nabla^2\psi = - \zeta$ e che $\nabla^2(\nabla^2\psi) = 0$ (il laplaciano è ora un laplaciano 2D nel piano (r,θ), *i.e.* $\nabla^2 = 1/r \;\; \partial(r\, \partial/\partial r)/\partial r \; + \; 1/r^2 \;\; \partial^2/\partial\theta^2$).